

Que pouvons-nous apprendre des séries divergentes ?

Christiane Rousseau, Université de Montréal

Que pouvons-nous apprendre des séries de puissance convergentes ? Elles fournissent des asymptotiques proches de l'origine, elles sont utiles dans les calculs numériques. De plus, dans le domaine complexe, une série convergente encode l'information complète sur le prolongement analytique de la fonction, qui est la somme de la série, y compris l'information sur ses singularités. Mais, qu'en est-il des séries divergentes ? Pendant des siècles, elles ont été utilisées avec succès en mathématiques jusqu'à ce que le souci de rigueur les bannisse de la plupart des mathématiques. Dans cette conférence, je discuterai de la réhabilitation des séries divergentes au 20ème siècle, et de la manière dont nous pouvons justifier rigoureusement leur utilisation. Je montrerai ensuite les informations très riches qu'elles peuvent fournir sur les fonctions qui sont leurs « sommes ». Les exemples présentés sont issus des équations différentielles.

What can we learn from divergent series?

Christiane Rousseau, Université de Montréal

What can we learn from convergent power series? They provide asymptotics close to the origin, they are useful in numerical computations. Moreover, in the complex domain, a convergent series encodes the complete information on the analytic extension of the function, which is the sum of the series, including its singularities. But, what about divergent series? For centuries, they have been successfully used in mathematics until the call for rigor banished them from most of mathematics. In this lecture, I will discuss the rehabilitation of divergent series in the 20th century, and how we can rigorously justify their use. I will then move to highlighting the very rich information they can provide on the functions that are their “sums”. The examples presented come from differential equations.