

Résumés des présentations du 23^e Colloque panquébécois de l'ISM

Samedi / Saturday

Salle A / Room A

Mesures et décomposition du risque en présence de dépendance

Mélina Mailhot – 9h-10h

Les mesures de risques sont utilisées afin de fournir de l'information par rapport à un niveau jugé critique d'un (ou plusieurs) risque(s). Elles sont utilisées notamment en santé, économie, environnement, finance et assurance. Dans cette présentation, les résultats du développement et de l'étude de mesures de risques basées sur les fonctions de répartitions de variables aléatoires, possiblement dépendantes, seront illustrés. Plus particulièrement, l'intérêt sera porté sur la mesure Range Value-at-Risk, qui représente une moyenne, bornée, de valeurs au-delà du seuil critique, en présence de distributions de valeurs extrêmes. Des techniques et propriétés afin de décomposer le risque attribuable à chaque variable aléatoire d'un ensemble multivarié, agrégé ou non, seront aussi décrites

On fitting dependent non-homogeneous loss models to unearned premium risk

Sébastien Jessup – 10h-10h30

Unearned premium, or more particularly the risk associated to it, has only recently received regulatory attention. Losses linked to unearned premium, or unearned losses, occur after the evaluation date for policies written before the evaluation date. Given that an inadequate acquisition pattern of premium and approximate modelling of premium liability can lead to an inaccurate reserve around unearned premium risk, an individual nonhomogeneous loss model including cross-coverage dependence is proposed to provide an alternative method of evaluating this risk.

Une approche stochastique à l'étude des réseaux de neurones biologiques

Vincent Painchaud – 10h30-11h

Le cerveau est un organe fort impressionnant. Comment d'humbles mathématiciens en devenir tels que nous peuvent tenter d'avoir une idée de son fonctionnement? L'objectif de cette présentation est de donner une piste de réponse à cette question en donnant une brève introduction à l'étude des réseaux de neurones biologiques en neurosciences théoriques.

Dans cette présentation, nous verrons une façon simple de modéliser l'évolution d'un grand réseau de neurones biologiques à partir d'un graphe et d'un processus stochastique qui décrit comment les

neurones s'échangent de l'information. À partir de ce processus stochastique, nous obtiendrons ensuite un système d'équations différentielles ordinaires, plus simple à étudier. Nous verrons finalement que l'analyse de ce système dynamique peut mener à d'intéressantes prédictions sur le comportement du réseau de neurones.

Production d'entropie et diffusions non dégénérées

Renaud Raquépas – 11h-12h

La production d'entropie (PE) est une quantité issue de la thermodynamique et de la physique statistique qui mesure l'irréversibilité des évolutions temporelles. Je commencerai par une introduction générale aux différentes approches à la définition de la PE. Ensuite, je me concentrerai sur le cadre des diffusions non dégénérées et je décrirai les propriétés des grandes déviations de la PE lorsque le temps tend vers l'infini. Enfin, je discuterai rapidement du comportement de la fonction de taux correspondante lorsque l'intensité du bruit tend vers zéro.

On random geometry : Brownian motion and Gaussian free field

Linen Chen – 13h-14h

For "random curve", a natural and classical model is Brownian motion ; when it comes to "random surface", a promising candidate model is Gaussian free field (GFF), which can be seen as the analog of Brownian motion with multidimensional time parameters. In this talk, we will introduce GFF from the viewpoint of infinite dimensional Gaussian measure, discuss some problems arising from the study of geometric properties of GFF, and explore the role of GFF in the construction of random geometry. The field of random geometry (associated with GFF) is developing fast, with many problems worth investigating. This talk can only give a (extremely limited) glimpse into this broad and rich topic.

Séries entières aléatoires

William Verreault – 14h-14h30

Cette présentation traite de théorie des nombres probabiliste et d'un modèle aléatoire pour les sommes partielles de la fonction de Möbius. En particulier, on s'intéresse à la distribution limite et aux moments des sommes partielles de fonctions multiplicatives aléatoires sur des corps de fonctions.

Théorie de la sommabilité pour les séries

Pierre-Olivier Parisé – 14h30-15h

Vous avez, sans doute, déjà rencontré des résultats spectaculaires associés aux séries divergentes. Par exemple, la valeur de la somme de la série $1 - 2 + 3 - 4 + \dots$ est égale à $1/4$. Dans cet exposé, je vais éclaircir le mystère derrière cette dernière égalité en présentant quelques éléments de base de la théorie de la sommabilité. Je discuterai aussi d'un résultat de mes recherches dans ce domaine.

Que pouvons-nous apprendre des séries divergentes ?

Christiane Rousseau – 15h-16h

Que pouvons-nous apprendre des séries de puissance convergentes ? Elles fournissent des asymptotiques proches de l'origine, elles sont utiles dans les calculs numériques. De plus, dans le domaine complexe, une série convergente encode l'information complète sur le prolongement analytique de la fonction, qui est la somme de la série, y compris l'information sur ses singularités. Mais, qu'en est-il des séries divergentes ? Pendant des siècles, elles ont été utilisées avec succès en mathématiques jusqu'à

ce que le souci de rigueur les bannisse de la plupart des mathématiques. Dans cette conférence, je discuterai de la réhabilitation des séries divergentes au 20ème siècle, et de la manière dont nous pouvons justifier rigoureusement leur utilisation. Je montrerai ensuite les informations très riches qu'elles peuvent fournir sur les fonctions qui sont leurs « sommes ». Les exemples présentés sont issus des équations différentielles.

Modélisation 101 et comment utiliser les mathématiques pour sauver les caribous

Patricia Lamirande – 16h-16h30

La modélisation mathématique ne date pas d'hier, mais le champ d'étude lié à la modélisation en biologie est tout de même assez récent. Il y a plusieurs motivations à modéliser les systèmes vivants complexes qui nous entourent. Il y a aussi plusieurs difficultés. Dans cette présentation, vous pourrez en apprendre davantage sur la méthode scientifique en modélisation mathématique, sur ses différentes formes et sur les dangers à éviter.

Le tout sera illustré avec l'exemple d'un modèle mathématique en construction, lequel a pour objectif de mieux comprendre les interactions du caribou avec son environnement. Le caribou est une espèce vulnérable au Canada, et beaucoup d'efforts sont réalisés afin d'encadrer l'activité de l'industrie forestière dans son habitat. Vous vous êtes toujours demandé le rôle du loup dans la cohabitation du caribou et de l'orignal ? Cette présentation est pour vous ! (Et pour tous les autres aussi.)

Optimisation topologique et éléments finis

Philippe-André Luneau – 16h30-17h

Plusieurs domaines d'applications (ingénierie, architecture, médecine, etc.) ont besoin de concevoir des pièces ou des structures de façon optimale, afin de diminuer les risques associés à l'utilisation ou la durée de vie de leurs produits. Ils se tournent donc vers les méthodes numériques afin de simuler les performances et les capacités de leurs designs. Cependant, ce processus itératif entre conception et simulation peut s'avérer long et coûteux. L'approche moderne consiste donc à optimiser le design initial tout en faisant la simulation. À l'aide des outils de l'analyse fonctionnelle et du calcul variationnel, un algorithme de base pour effectuer l'optimisation de forme dans une simulation par éléments finis sera présenté, illustré à l'aide d'un exemple numérique en optimisation structurelle.

Salle B / Room B

Ellipsoides et escaliers infinis

Jean-Philippe Chassé – 10h-10h30

Les problèmes de plongements symplectiques font partie de ces problèmes mathématiques ayant une formulation relativement simple, mais une solution extrêmement complexe. De plus, leur résolution fait intervenir une surprenante variété de mathématiques : des transformations de Cremona aux nombres de Fibonacci, des dernières avancées en homologie de Floer aux travaux du mathématicien indien du VIIe siècle Brahmagupta. Dans cette présentation, je tâcherai d'introduire les non-initié-e-s à ces problèmes fascinants et d'expliquer l'idée de leur résolution. Ainsi, aucune notion de topologie symplectique, ou même de géométrie différentielle, ne sera supposée.

Moments of L-functions

Arihant Jain – 10h30-11h

German Mathematician Bernhard Riemann in his 1860 memoir defined a complex function which is now known as Riemann Zeta function $\zeta(s)$ where s is a complex variable. He proved various properties and made several conjectures about this function. One of those conjectures (*still unproven*) is the famous Riemann Hypothesis. Similar to zeta functions, there are a variety of other functions known as L -functions and there are a lot of similar results and conjectures regarding these L -functions. An interesting problem in Analytic Number Theory is to understand moments of zeta function

$$\int_T^{2T} |\zeta(1/2 + it)|^{2k} dt$$

and correspondingly moments of L -functions

$$\sum_{\xi \in \mathcal{F}} |L(1/2, \xi)|^{2k}$$

where \mathcal{F} is a family of characters. In this talk, I will discuss about $\zeta(s)$ and L -functions along with listing important properties of these functions. Further I will present about the current knowledge of moments and try to present a very brief overview of the result which I have been working on for my MSc thesis under the supervision of Prof. Chantal David.

Quantization of Hamiltonian fibrations

Lydia Mezrag – 14h-14h30

We will present a type of quantization for symplectic manifolds due to Bott. This will be given by the index of Spin^c Dirac operators. Then, we will describe a family version of it introduced by Savelyev and Shelukhin for Hamiltonian fibrations with values in the K -theory of the base.

La théorie de la représentation des algèbres sur une frontière

Alexis Leroux-Lapierre – 14h30-15h

Les algèbres de Temperley-Lieb et leurs généralisations jouent un rôle important tant en mathématiques qu'en physique. Leurs représentations s'avèrent intéressantes pour certaines valeurs particulières d'un paramètre de déformation q commun à toutes ces familles. Cette présentation s'intéressera aux algèbres à une frontière, un quotient de dimension finie des algèbres de Temperley-Lieb affines, lorsque le paramètre q est une racine de l'unité. Plus précisément, le carquois de ces algèbres et une caractérisation de certains modules projectifs sous forme de diagramme de Loewy seront donnés. Travail en collaboration avec Yvan Saint-Aubin.

On admissible singular drifts of symmetric alpha-stable process

Kodjo Raphaël Madou – 16h-16h30

We consider the problem of existence of a (unique) weak solution to the SDE describing symmetric α -stable process with a locally unbounded drift $b : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$, $d \geq 3$, $1 < \alpha < 2$. In this talk, b belongs to the class of weakly form-bounded vector fields, the class providing the L^2 theory of the non-local operator behind the SDE, i.e. $(-\Delta)^{\frac{\alpha}{2}} + b \cdot \nabla$. It contains as proper sub-classes other classes of singular vector fields studied in the literature in connection with this operator, such as the Kato class, the weak $L^{d/(\alpha-1)}$ class and the Campanato-Morrey class (in general, such b makes invalid the standard heat kernel estimates in terms of the heat kernel of the fractional Laplacian). We show that the operator

$(-\Delta)^{\frac{\alpha}{2}} + b \cdot \nabla$ with weakly form-bounded b admits a realization as (minus) Feller generator, and that the probability measures determined by the Feller semigroup (uniquely in appropriate sense) admit description as weak solutions to the corresponding SDE. The proof is based on detailed regularity theory of $(-\Delta)^{\frac{\alpha}{2}} + b \cdot \nabla$ in L^p , $p > d - \alpha + 1$.

The talk is based on joint work with Damir Kinzebulatov (Université Laval).

Corps cyclotomiques et fonction zêta

Cédric Dion – 16h30-17h

L'étude des corps cyclotomiques $\mathbf{Q}(e^{2\pi i/n})$ est centrale en théorie des nombres. On peut penser par exemple à la preuve du dernier théorème de Fermat qui requiert une étude approfondie de ces corps. Si K est un corps cyclotomique, on lui associe son anneau des entiers \mathcal{O}_K et son groupe des classes d'idéaux $\mathcal{C}\ell(\mathcal{O}_K)$. Le groupe des classes d'idéaux est particulièrement intéressant, car il mesure la complexité arithmétique de \mathcal{O}_K . Par exemple, si $\mathcal{C}\ell(\mathcal{O}_K)$ est trivial, alors \mathcal{O}_K possède la propriété que tous ses éléments se factorisent de façon unique en un produit d'éléments premiers. Dans cet exposé, nous explorerons les liens surprenants entre le groupe des classes d'idéaux des corps cyclotomiques et la célèbre fonction zêta de Riemann.

Dimanche / Sunday

Salle A / Room A

Hilbert's twelfth problem and p -adic variations of modular forms

Alice Pozzi – 9h-10h

Cyclotomic fields are extensions of \mathbb{Q} obtained by adjoining roots of unity; the latter can be viewed as values of the exponential function $e^{2\pi iz}$ the rationals. The Kronecker-Weber Theorem asserts that every finite abelian extension of \mathbb{Q} is contained in a cyclotomic extension. What is the analogue of this statement for number fields? In his Twelfth Problem, Hilbert asked for explicit analytic formulas for generators of abelian extensions of number fields. In the case of imaginary quadratic fields, an answer can be found in the theory of complex multiplication for elliptic curves but the general case is much more mysterious. In this talk, I will discuss p -adic approaches to Hilbert's Twelfth problem for real quadratic fields, relying on the study of p -adic variations of modular forms and Galois representations.

Mots parfaitement amassant et représentations bandes-briques d'une algèbre aimable

Benjamin Dequêne – 10h-10h30

C'est un travail en collaboration avec M. Lapointe, Y. Palu, P.-G. Plamondon, C. Reutenauer et H. Thomas.

Un mot parfaitement amassant est un mot sur un alphabet totalement ordonné tel que les lettres de sa transformation de Burrows-Wheeler sont placées dans l'ordre décroissant. C'est une généralisation des mots de Christoffel sur un plus large alphabet. Les algèbres aimables sont une classe des algèbres de dimensions finies introduites par Assem et Skowroński dans les années 1980s. Les représentations d'une telle algèbre peuvent se décrire à l'aide de marches dans son carquois (= graphe orienté) correspondant.

Nous montrons que les mots parfaitement amassants sur un alphabet à n lettres correspondent naturellement à une classe de représentations bandes-briques pour une algèbre aimable spécifique. Le but de l'exposé est d'introduire ces notions à travers quelques exemples et expliquer comment cette bijection s'effectue. Nous n'admettons aucune familiarité avec la théorie des représentations ou avec la combinatoire des mots.

Les approximations homologiques en théorie de la persistance

Benjamin Blanchette – 10h30-11h

Un espace topologique filtré par un ensemble partiellement ordonné donne lieu à une représentation du dit ensemble à travers l'évolution de son homologie. Le cas où l'ensemble est bien ordonné est classique et bien compris; l'algèbre associée est de type fini et on obtient donc un invariant complet, fini, et calculable en temps polynômial. Pour un ensemble partiellement ordonné arbitraire, l'algèbre associée est de type sauvage, ce qui rend l'existence d'un invariant complet et calculable en temps polynômial peu probable, voire impossible. On commence par un bref aperçu de tels invariants qui ont été étudiés par le passé, puis on introduit une famille d'invariants en utilisant la théorie de l'homologie relative.

Les catégories exactes de Jordan-Holder

Souheila Hassoun – 11h-12h

Les catégories exactes reviennent au travail de Yoneda et généralisent la notion importante et très utilisée de catégories abéliennes. Dans notre travail, avec T. Brüstle et A. Tattar, on généralise le fameux théorème de Jordan-Hölder au royaume des catégories exactes de Quillen.

L'enseignement des mathématiques au coeur de la vie mathématique

Frédéric Gourdeau – 13h-14h

La carrière de plusieurs d'entre nous sera faite d'une grande part d'enseignement, et c'est merveilleux qu'il en soit ainsi. Pourtant, on a parfois l'impression qu'au contraire, l'enseignement est loin d'être réjouissant, et que l'on devrait s'en plaindre, comme le font certaines personnes qui semblent toujours avoir une trop lourde charge d'enseignement.

Pourtant, il y a tant à gagner à s'intéresser à l'enseignement au-delà de notre salle de cours (qu'elle soit réelle ou virtuelle). Alors, comment fait-on ça, s'intéresser à l'enseignement? Qui s'y intéresse, au Canada et ailleurs dans le monde? Et qu'est-ce que ça change? Je partagerai avec vous à partir de mon expérience dans ce vaste domaine, au risque d'émettre quelques idées saugrenues. Et j'en profiterai pour vous parler d'une maîtrise en mathématiques avec concentration en enseignement des mathématiques que nous offrons maintenant à l'Université Laval.

Théorie de Morse-Forman et homologie persistante

Guillaume Brouillette – 14h-14h30

La théorie de Morse classique permet d'étudier les propriétés topologiques d'une variété lisse sur laquelle est définie une (belle) fonction à valeurs réelles. Toutefois, lorsqu'on analyse des données, on doit souvent travailler avec des espaces discrets ou triangulés. C'est pourquoi la théorie de Morse-Forman, une variante discrète de la théorie de Morse, s'avère très utile en topologie computationnelle. En particulier, elle permet de simplifier le calcul de l'homologie d'un espace triangulé.

Dans cet exposé, on abordera les fondamentaux de la théorie de Morse-Forman et de l'homologie persistante afin de voir comment ces dernières peuvent être utilisées conjointement en analyse topologique de données. Une brève introduction à mon projet de recherche au doctorat, qui a pour but de généraliser la théorie de Morse-Forman aux fonctions à valeurs vectorielles, sera aussi présentée.

Le jeu de policiers-voleur sur les petits graphes

Jérémie Turcotte – 14h30-15h

Nous introduisons le jeu de policiers-voleur sur les graphes. Nous présentons des résultats récents sur les graphes extrémaux pour le cop number. Il est connu que le plus petit graphe nécessitant 3 policiers est le célèbre graphe de Petersen. En utilisant des méthodes formelles et computationnelles, nous déterminons l'ordre minimal des graphes connexes 4-cop-win, confirmant ainsi une conjecture d'Andreae (1986), et plus récemment de Baird et al. (2014), et travaillons vers l'unicité de ce(s) graphe(s). Recherche conjointe avec Samuel Yvon.

The height of Mallows trees

Benoit Corsini – 15h-16h

Random binary search trees are obtained by recursively inserting the elements $\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(n)$ of a uniformly random permutation σ of $[n] = \{1, \dots, n\}$ into a binary search tree data structure. Devroye (1986) proved that the height of such trees is asymptotically of order $c^* \log n$, where $c^* = 4.311\dots$ is the unique solution of $c \log((2e)/c) = 1$ with $c \geq 2$. Here, we study the structure of binary search trees $T_{n,q}$ built from Mallows permutations. A Mallows(q) permutation is a random permutation of $[n] = \{1, \dots, n\}$ whose probability is proportional to $q^{\text{Inv}(\sigma)}$, where $\text{Inv}(\sigma) = \#\{i < j : \sigma(i) > \sigma(j)\}$. This model generalizes random binary search trees, since Mallows(q) permutations with $q = 1$ are uniformly distributed. The laws of $T_{n,q}$ and $T_{n,q^{-1}}$ are related by a simple symmetry (switching the roles of the left and right children), so it suffices to restrict our attention to $q \leq 1$.

We show that, for $q \in [0, 1]$, the height of $T_{n,q}$ is asymptotically $(1 + o(1))(c^* \log n + n(1 - q))$ in probability. This yields three regimes of behaviour for the height of $T_{n,q}$, depending on whether $n(1 - q)/\log n$ tends to zero, tends to infinity, or remains bounded away from zero and infinity. In particular, when $n(1 - q)/\log n$ tends to zero, the height of $T_{n,q}$ is asymptotically of order $c^* \log n$, like it is for random binary search trees. Finally, when $n(1 - q)/\log n$ tends to infinity, we prove stronger tail bounds and distributional limits for the height of $T_{n,q}$.

Inégalité pour la première valeur propre de Steklov pour des domaines bornés du plan

Jade Brisson – 16h-16h30

En 1954, le mathématicien Weinstock a démontré une inégalité pour la première valeur propre de Steklov pour des domaines du plan. Toutefois, cette inégalité ne fonctionne que pour des domaines simplement connexes. Dans cet exposé, nous montrerons une autre inégalité qui fonctionne pour tous les domaines bornés du plan.

Les fausses preuves sont beaucoup plus rapides

Antoine Poulin – 16h30-17h

Dans nos premiers cours de mathématiques, nous apprenons que certaines déductions de quantificateurs sont erronées, notamment, si nous savons qu'une propriété est vraie d'un nombre fixe, elle ne l'est pas forcément vraie de tous les nombres. Nous ne pensons pas souvent à ces raisonnements, puisque

même s'ils peuvent arriver à de vraies conclusions, ils prouvent aussi beaucoup de mauvais théorèmes. Mais que se passe-t-il lorsque nous pouvons utiliser ces raisonnements dans un type de preuve qui garantit que toute conclusion sera vraie, malgré les mauvaises inférences.

Salle B / Room B

Green function and semi-linear problem associated with the Dunkl Laplacian

Chaabane Rejeb – 10h-10h30

Let Δ_k be the Dunkl Laplacian associated with a root system in \mathbb{R}^d and a nonnegative multiplicity function k . We study the Green function of the annulus for the Dunkl Laplacian. We express it terms of Δ_k -spherical harmonics. As application, we study positive continuous solution of a Δ_k -semilinear problem.

Pairwise interaction function estimation of Gibbs point processes using basis expansion

Ismaila Ba – 10h30-11h

The class of Gibbs point processes (GPP) is large in the sense that they can model both clustered and repulsive point patterns. They are often specified by their conditional intensity, which for a point pattern \mathbf{x} and a location u , is roughly speaking the probability that an event occurs in an infinitesimal ball around u given the rest of \mathbf{x} . The most simple, natural and easiest to interpret class of models is the class of pairwise interaction point processes where the conditional intensity depends on the number of points and pairwise distances between them. Estimating this function has almost never been treated in the literature. We tackle this question and propose an orthogonal series estimation procedure of the pairwise interaction function. We will present the methodology, its asymptotic properties and a simulation study showing its efficiency.

Une invitation à l'étude du problème du sous-espace invariant

Maëva Ostermann – 14h-14h30

Énoncé par von Neumann et Beurling au début des années 1900, le Problème du Sous-espace Invariant est un des problèmes ouverts les plus connus en théorie des opérateurs : si T est un opérateur linéaire borné agissant sur un espace de Banach X de dimension infinie, est-il vrai qu'il existe toujours un sous-espace fermé Y de X , non réduit à 0 et distinct de X tout entier, tel que Y soit invariant par T ? Bien que résolu par Enflo et Read dans les années 80, leurs contre-exemples sont sur des espaces de Banach non-réflexifs. Ce problème reste ouvert encore aujourd'hui sur les espaces de Banach réflexifs et en particulier sur les espaces de Hilbert. Au cours de cet exposé, je proposerai une introduction au problème du sous-espace invariant et à l'étude d'existence de sous-espace invariant pour certains type d'opérateurs.

Pléthysme et conjecture de Foulkes

Étienne Tétrault – 14h30-15h

La théorie des fonctions symétriques est en plein essor depuis plusieurs années. L'une des opérations fondamentales entre ces fonctions est le pléthysme. Cette opération est centrale dans plusieurs aspects

de la combinatoire, mais elle reste mal comprise. Ce mini-cours aura pour but de l'expliquer, ainsi que d'énoncer la conjecture de Foulkes. Cette conjecture, qui date de 70 ans, n'est toujours pas résolue, malgré le fait qu'elle implique les cas les plus simples du pléthysme.

La majorisation, les inégalités salariales et les matrices doublement stochastiques

Ludovick Bouthat – 16h-16h30 (ou plus)

« En 2017, 82% de la richesse mondiale est allée à 1% des plus fortunés » (La Presse, 2018). L'inégalité salariale dans la population est un problème qui touche la majorité du monde. Toutefois, ce type de statistique nous fournit peu d'informations sur la distribution des richesses de l'entièreté de la population. La *majorisation* est un outil permettant de mieux mesurer cette distribution, en plus de permettre de comparer l'inégalité salariale entre deux pays distincts. Dans cette présentation, nous explorerons le vaste concept de la majorisation et nous montrerons un lien surprenant qui existe entre la majorisation et les matrices doublement stochastiques.